Método del Trabajo Virtual (carga unitaria)

PÓRTICO ISOSTÁTICO

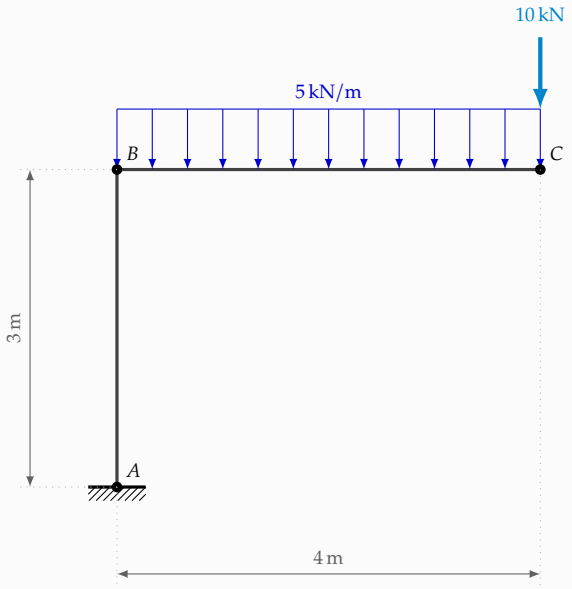
EMI · *solución paso a paso*

Unidades de trabajo: L [m] F [kN] M [kN m] q [kN/m] δ [mm] E [kN/m^2] A [m^2] I [m^4]

Principio de la carga unitaria, considerando la deformación por flexión:

$$1 \cdot \delta = \sum_{barras} \int \frac{M(x)\, m(x)}{EI}\, dx$$

donde M es el momento real y m el de una acción virtual unitaria aplicada donde se busca δ. Esta estructura es isostática: M sale directamente de la estática, y la integral da el desplazamiento o el giro que se pide.



Estructura analizada.

Paso 1 Clasificación estática

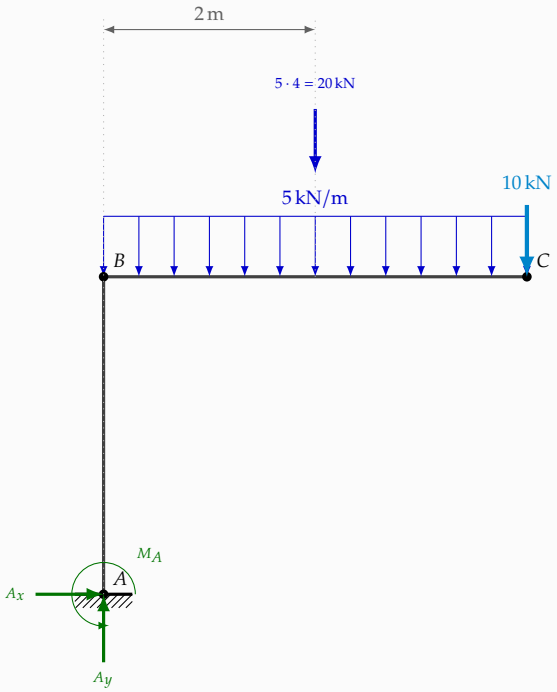
Componentes de reacción: A_x, A_y, M_A (3) frente a 3 ecuaciones de equilibrio:

$$\text{GE} = 3 - 3 = 0$$

$$g = \text{GE} = 0 = \boxed{0} \quad \Rightarrow \quad \text{isostática}$$

Las 3 componentes de reacción salen de la estática, así que no hay redundantes ni sistema de compatibilidad que montar. El desarrollo es el mismo que en una hiperestática pero sin esa parte: se halla la ley M, se monta el caso virtual unitario del movimiento pedido y se integra.

Paso 2 Cálculo de reacciones en los apoyos



La estructura con sus cargas reales, cada repartida por su resultante y con el brazo hasta A acotado: de aquí salen las reacciones.

Reacciones. La estructura es isostática, así que sus 3 incógnita(s) A_x, A_y, M_A salen del equilibrio con las cargas de este caso:

$$
\begin{aligned}
(\rightarrow +)\ \textstyle\sum F_x = 0 \quad &\Rightarrow \quad A_x = 0 \quad \text{... (I)} \\
(\uparrow +)\ \textstyle\sum F_y = 0 \quad &\Rightarrow \quad A_y - 10 - 20 = 0 \\
&\Rightarrow \quad A_y - 30 = 0 \quad \text{... (II)} \\
(\circlearrowleft +)\ \textstyle\sum M_A = 0 \quad &\Rightarrow \quad M_A - 10\,(4) - 20\,(2) = 0 \\
&\Rightarrow \quad M_A - 80 = 0 \quad \text{... (III)}
\end{aligned}
$$

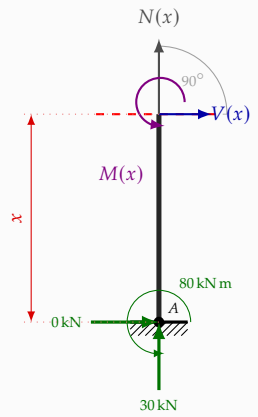
Resolviendo (I), (II) y (III) obtenemos:

$$\Rightarrow \quad A_x = \boxed{0\ \text{kN}}$$
$$\Rightarrow \quad A_y = \boxed{30\ \text{kN}}$$
$$\Rightarrow \quad M_A = \boxed{80\ \text{kN m}}$$

Paso 3 Cálculo de momentos internos

Se recorren los tramos de izquierda a derecha, empezando por el tramo del extremo izquierdo. En cada barra se corta a una distancia x de su nudo inicial y se plantea el equilibrio del trozo retenido: sumando el momento de las reacciones y cargas que preceden al corte se obtiene $M(x)$. Convenio: momento positivo traccionando la fibra inferior. Cuando varias barras siguen en línea recta, x no se reinicia en cada una —aunque entre ellas haya una rótula, un apoyo u otra barra que llegue: cambian la ley, no la recta—: sigue midiéndose desde el mismo origen, como en una viga continua.

Barra $A-B$ $\quad 0 \le x \le 3$ (m)



Cuerpo libre de la porción retenida al cortar en el tramo único; x desde A, con los brazos acotados hasta la sección, y las reacciones ya con su valor numérico.

Tomando momentos de ese trozo respecto de la sección, $\sum M_{\text{corte}} = 0$:

$$M_{AB}(x) = -80$$

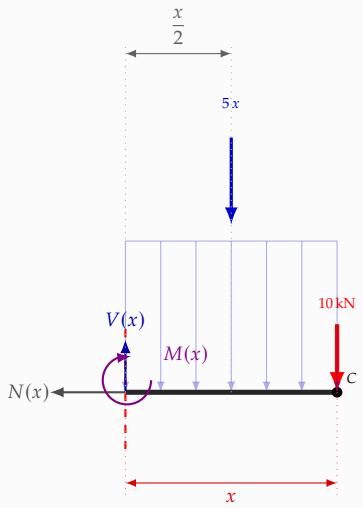
Evaluando en los extremos del tramo:

$$x = 0\ (A) \rightarrow M(0) = -80\ \text{kN m}$$
$$x = 3\ (B) \rightarrow M(3) = -80\ \text{kN m}$$

Barra $C-B$ $\quad 0 \le x \le 4$ (m)

Esta barra se corta desde C: el trozo que queda de ese lado es el más liviano (menos barras, apoyos y cargas que el que queda hacia B), así que se retiene ese y x se mide desde C. Es la

otra cara de la misma sección, así que V y M positivos se dibujan al revés que en un corte desde B.



Cuerpo libre de la porción retenida al cortar en el tramo único; x desde C, con los brazos acotados hasta la sección, y las reacciones ya con su valor numérico.

Tomando momentos de ese trozo respecto de la sección, $\sum M_{\text{corte}} = 0$:

$$\begin{aligned} M_{CB}(x) &= -10\,x - 5\,x\,\frac{x}{2} \\ &= -2.5x^2 - 10x \end{aligned}$$

Evaluando en los extremos del tramo:

$$x = 0\ (C) \rightarrow M(0) = 0\ \text{kN m}$$

$$x = 4\ (B) \rightarrow M(4) = -80\ \text{kN m}$$

Nota: el método desprecia las deformaciones axial y por cortante; la pequeña diferencia respecto al matricial (que incluye la axial) proviene de ahí. No se ha marcado ningún movimiento en **Movimiento buscado**, así que el desarrollo termina aquí: la carga virtual unitaria se aplica donde el enunciado pregunta, y sin pregunta no hay nada que integrar. Marca la flecha o el giro que te pidan en el panel de Resolución y el documento añade su caso virtual, su ley m y la integral $\int M\,m/EI\,dx$.

Diagramas de fuerzas internas

Esfuerzo axial N, fuerza cortante V y momento flector M

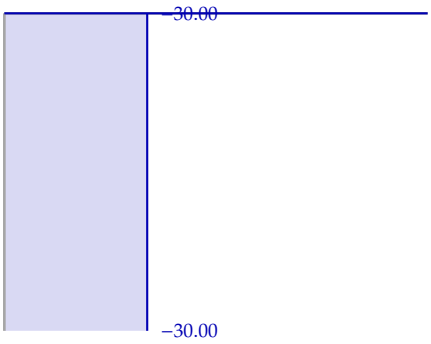


Diagrama de fuerza axial (N), en kN.

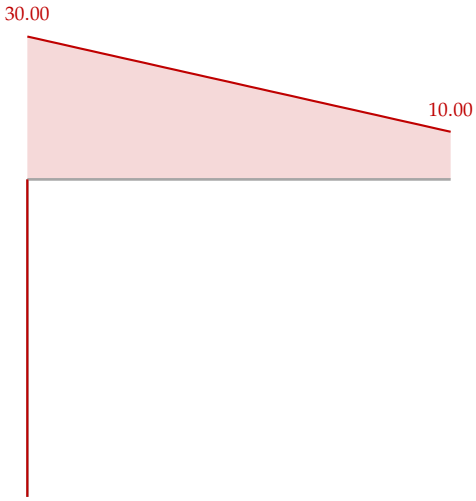


Diagrama de fuerza cortante (V), en kN.

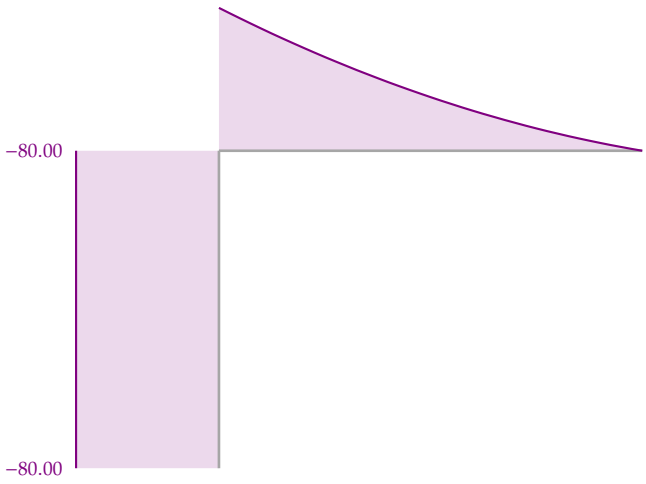
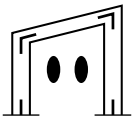


Diagrama de momento flector (M), en kN m.



Generado con EMI: calculadora estructural online: emiestruc.com