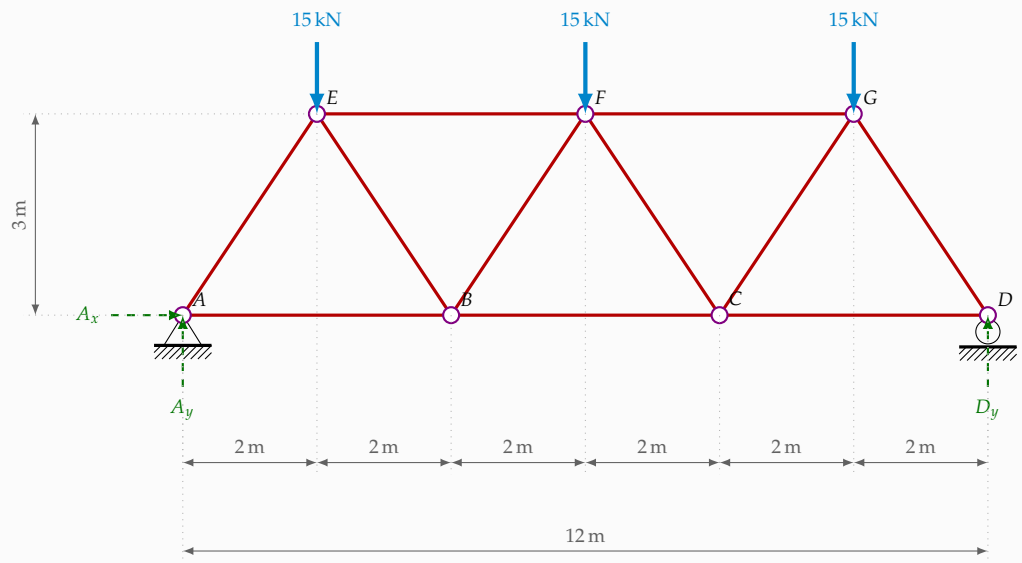
Método de las Secciones

ARMADURA ISOSTÁTICA

EMI · *solución paso a paso*

Unidades de trabajo: L [m] F [kN] M [kN m] q [kN/m] δ [mm] E [kN/m^2] A [m^2] I [m^4]

Se corta la armadura por una sección, una recta vertical, horizontal o inclinada, o una curva que rodee un trozo, y se plantea el equilibrio del cuerpo libre que queda ($\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M = 0$). Sirve cualquier trazo, con tal de que deje a lo sumo TRES esfuerzos por conocer. Tomando momentos respecto al punto donde se cruzan dos de las incógnitas se aísla la tercera en una sola ecuación. Cuando ninguna curva llega de una vez a la barra buscada se encadenan cortes: los esfuerzos ya determinados entran como dato en el siguiente y vuelven a dejar tres incógnitas. Tracción positiva.



Armadura analizada, con las reacciones por calcular (a trazos, en el sentido positivo supuesto).

Paso 1 Reacciones por equilibrio global

$$(\rightarrow +)\ \sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad A_x = 0 \quad \text{... (I)}$$

$$(\uparrow +)\ \sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad A_y + D_y - 15 - 15 - 15 = 0$$
$$\Rightarrow \quad A_y + D_y - 45 = 0 \quad \text{... (II)}$$

$$(\circlearrowleft +)\ \sum M_A = 0 \quad \Rightarrow \quad 12\,D_y - 30 - 90 - 150 = 0$$
$$\Rightarrow \quad 12\,D_y - 270 = 0 \quad \text{... (III)}$$

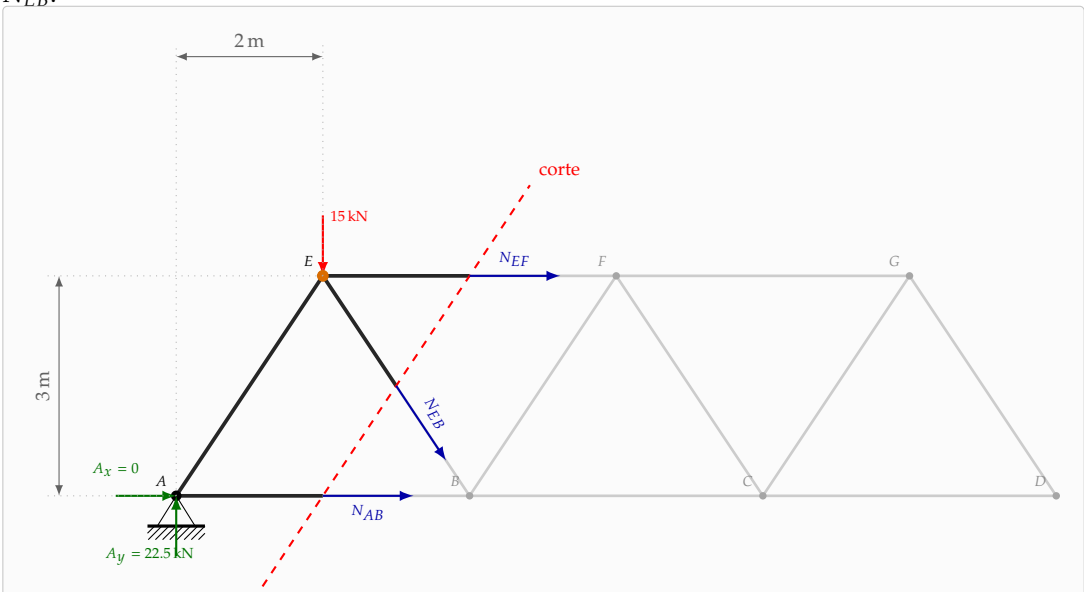
Resolviendo (I), (II) y (III) obtenemos:

$$\Rightarrow \quad A_x = \boxed{0\ \text{kN}}$$
$$\Rightarrow \quad A_y = \boxed{22.5\ \text{kN}}$$
$$\Rightarrow \quad D_y = \boxed{22.5\ \text{kN}}$$

Paso 2 Cortes y equilibrio de cada cuerpo libre

Corte 1: recta inclinada

Cuerpo libre retenido: los nudos A, E. El trazo atraviesa las barras N_{AB}, N_{EF}, N_{EB}, y sobre el cuerpo actúan además $A_x = 0$, $A_y = 22.5$, ya conocidas. Quedan por determinar N_{AB}, N_{EF}, N_{EB}.



Cuerpo libre del corte 1, con las reacciones y las cargas que le tocan y los brazos acotados hasta E. Cada N arranca en el punto por donde el corte atraviesa su barra y sale hacia fuera, tracción supuesta, sobre el medio trozo que se descarta, dibujado ya en gris claro; en rojo el trazo del corte y en gris lo que ya se conocía.

Se empieza por los momentos en E porque por ahí pasan las rectas de N_{EF} y N_{EB}: su brazo es nulo y desaparecen de la ecuación. Cada acción entra por su brazo hasta E (las cotas de la figura), y cada esfuerzo por el suyo.

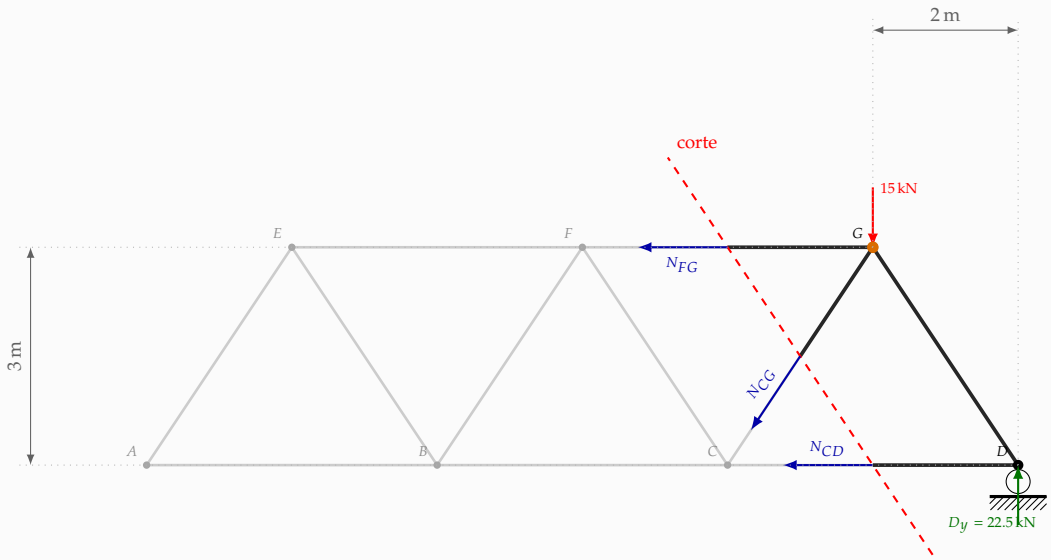
$$
\begin{aligned}
(\circlearrowleft +)\ \textstyle\sum M_E = 0 \quad &\Rightarrow \quad A_x\,(3) - A_y\,(2) + N_{AB}\,(3) = 0 \\
&\Rightarrow \quad (0)\,(3) - (22.5)\,(2) + N_{AB}\,(3) = 0 \\
&\Rightarrow \quad -45 + 3\,N_{AB} = 0 \quad \text{... (I)} \\
(\rightarrow +)\ \textstyle\sum F_x = 0 \quad &\Rightarrow \quad A_x + N_{AB} + N_{EF} + N_{EB}\,(0.5547) = 0 \\
&\Rightarrow \quad (0) + (15) + N_{EF} + N_{EB}\,(0.5547) = 0 \\
&\Rightarrow \quad 15 + N_{EF} + 0.5547\,N_{EB} = 0 \quad \text{... (II)} \\
(\uparrow +)\ \textstyle\sum F_y = 0 \quad &\Rightarrow \quad A_y - 15 - N_{EB}\,(0.8321) = 0 \\
&\Rightarrow \quad (22.5) - 15 - N_{EB}\,(0.8321) = 0 \\
&\Rightarrow \quad 7.5 - 0.8321\,N_{EB} = 0 \quad \text{... (III)}
\end{aligned}
$$

Resolviendo (I), (II) y (III) obtenemos:

$$
\begin{aligned}
&\Rightarrow \quad N_{AB} = \frac{45}{3} \\
&\Rightarrow \quad N_{AB} = \boxed{15 \text{ kN} \quad \text{(tracción)}} \\
&\Rightarrow \quad N_{EB} = \frac{-7.5}{-0.8321} \\
&\Rightarrow \quad N_{EB} = \boxed{9.014 \text{ kN} \quad \text{(tracción)}} \\
&\Rightarrow \quad N_{EF} = \boxed{-20 \text{ kN} \quad \text{(compresión)}}
\end{aligned}
$$

Corte 2: recta inclinada

Cuerpo libre retenido: los nudos D, G. El trazo atraviesa las barras N_{CD}, N_{FG}, N_{CG}, y sobre el cuerpo actúan además $D_y = 22.5$, ya conocida. Quedan por determinar N_{CD}, N_{FG}, N_{CG}.



Cuerpo libre del corte 2, con las reacciones y las cargas que le tocan y los brazos acotados hasta G. Cada N arranca en el punto por donde el corte atraviesa su barra y sale hacia fuera, tracción supuesta, sobre el medio trozo que se descarta, dibujado ya en gris claro; en rojo el trazo del corte y en gris lo que ya se conocía.

Se empieza por los momentos en G porque por ahí pasan las rectas de N_{FG} y N_{CG}: su brazo es nulo y desaparecen de la ecuación. Cada acción entra por su brazo hasta G (las cotas de la figura), y cada esfuerzo por el suyo.

$$
\begin{aligned}
(\circlearrowleft +)\ \textstyle\sum M_G = 0 \quad &\Rightarrow \quad D_y\,(2) - N_{CD}\,(3) = 0 \\
&\Rightarrow \quad (22.5)\,(2) - N_{CD}\,(3) = 0 \\
&\Rightarrow \quad 45 - 3\,N_{CD} = 0 \quad \text{... (I)} \\
(\rightarrow +)\ \textstyle\sum F_x = 0 \quad &\Rightarrow \quad -N_{CD} - N_{FG} - N_{CG}\,(0.5547) = 0 \\
&\Rightarrow \quad -(15) - N_{FG} - N_{CG}\,(0.5547) = 0 \\
&\Rightarrow \quad -15 - N_{FG} - 0.5547\,N_{CG} = 0 \quad \text{... (II)} \\
(\uparrow +)\ \textstyle\sum F_y = 0 \quad &\Rightarrow \quad D_y - 15 - N_{CG}\,(0.8321) = 0 \\
&\Rightarrow \quad (22.5) - 15 - N_{CG}\,(0.8321) = 0 \\
&\Rightarrow \quad 7.5 - 0.8321\,N_{CG} = 0 \quad \text{... (III)}
\end{aligned}
$$

Resolviendo (I), (II) y (III) obtenemos:

$$\Rightarrow \quad N_{CD} = \frac{-45}{-3}$$

$$\Rightarrow \quad N_{CD} = \boxed{15 \text{ kN} \quad \text{(tracción)}}$$

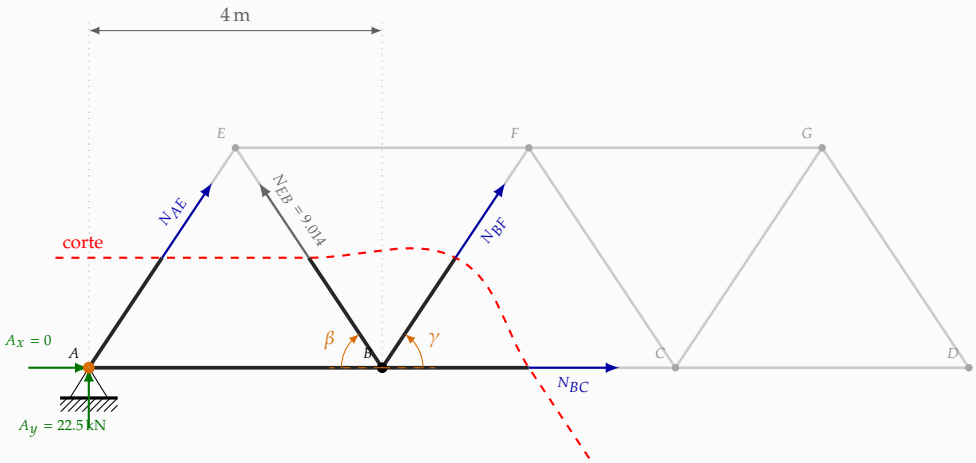
$$\Rightarrow \quad N_{CG} = \frac{-7.5}{-0.8321}$$

$$\Rightarrow \quad N_{CG} = \boxed{9.014 \text{ kN} \quad \text{(tracción)}}$$

$$\Rightarrow \quad N_{FG} = \boxed{-20 \text{ kN} \quad \text{(compresión)}}$$

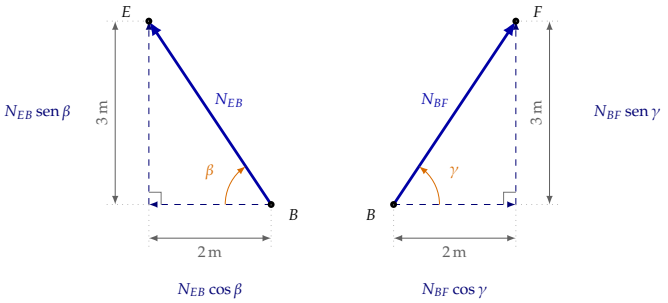
Corte 3: curva

Cuerpo libre retenido: los nudos A, B. El trazo atraviesa las barras N_{BC}, N_{AE}, N_{EB}, N_{BF}, y sobre el cuerpo actúan además $A_x = 0$, $A_y = 22.5$, $N_{EB} = 9.014$, ya conocidas. Quedan por determinar N_{BC}, N_{AE}, N_{BF}.



Cuerpo libre del corte 3, con las reacciones y las cargas que le tocan y los brazos acotados hasta A. Cada N arranca en el punto por donde el corte atraviesa su barra y sale hacia fuera, tracción supuesta, sobre el medio trozo que se descarta, dibujado ya en gris claro; en rojo el trazo del corte y en gris lo que ya se conocía.

Se empieza por los momentos en A porque por ahí pasan las rectas de N_{BC} y N_{AE}: su brazo es nulo y desaparecen de la ecuación. Cada acción entra por su brazo hasta A (las cotas de la figura), y cada esfuerzo por el suyo. Las barras inclinadas se descomponen antes de tomar momentos. El axil se desliza primero por su recta de acción, la propia barra, hasta el nudo del cuerpo libre, lo que no cambia su momento, y allí se parte: entra por su componente horizontal $N \cos\theta$ y su componente vertical $N \operatorname{sen}\theta$, y cada componente por su brazo, la distancia vertical y la horizontal hasta A, que son las acotadas en la figura del corte. Así los brazos son distancias entre nudos y la componente cuya recta pasa por A desaparece sola. Cada barra se descompone en su propio triángulo, el mismo del que sale su ángulo agudo con la horizontal:



$$\beta = \arctan\frac{3}{2} = 56.31°$$

$$\gamma = \arctan\frac{3}{2} = 56.31°$$

$$\begin{aligned}
(\circlearrowleft +)\ \textstyle\sum M_A = 0 \quad &\Rightarrow \quad N_{EB}\,\text{sen}\,\beta\,(4) + N_{BF}\,\text{sen}\,\gamma\,(4) = 0 \\
&\Rightarrow \quad (9.014)\,\text{sen}\,\beta\,(4) + N_{BF}\,\text{sen}\,\gamma\,(4) = 0 \\
&\Rightarrow \quad 30 + 3.328\,N_{BF} = 0 \quad \ldots \text{(I)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\rightarrow +)\ \textstyle\sum F_x = 0 \quad &\Rightarrow \quad A_x + N_{BC} + N_{AE}\,(0.5547) - N_{EB}\,(0.5547) + N_{BF}\,(0.5547) = 0 \\
&\Rightarrow \quad (0) + N_{BC} + N_{AE}\,(0.5547) - (9.014)\,(0.5547) + (-9.014)\,(0.5547) = 0 \\
&\Rightarrow \quad -10 + N_{BC} + 0.5547\,N_{AE} = 0 \quad \ldots \text{(II)}
\end{aligned}$$

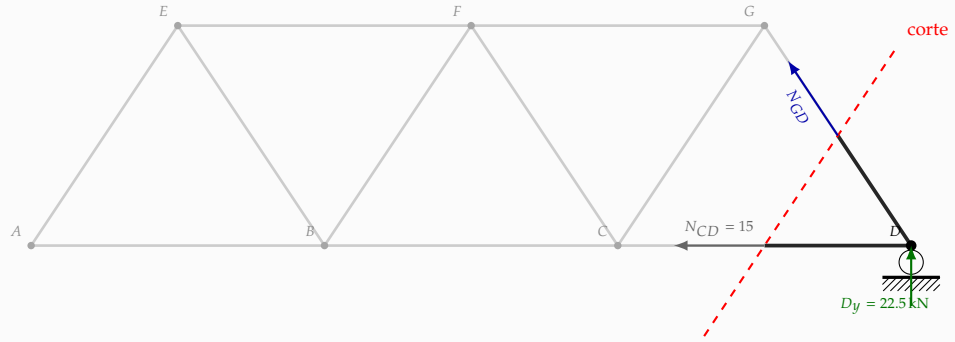
$$\begin{aligned}
(\uparrow +)\ \textstyle\sum F_y = 0 \quad &\Rightarrow \quad A_y + N_{AE}\,(0.8321) + N_{EB}\,(0.8321) + N_{BF}\,(0.8321) = 0 \\
&\Rightarrow \quad (22.5) + N_{AE}\,(0.8321) + (9.014)\,(0.8321) + (-9.014)\,(0.8321) = 0 \\
&\Rightarrow \quad 22.5 + 0.8321\,N_{AE} = 0 \quad \ldots \text{(III)}
\end{aligned}$$

Resolviendo (I), (II) y (III) obtenemos:

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \quad N_{BF} = \frac{-30}{3.328} \\
&\Rightarrow \quad N_{BF} = \boxed{-9.014\ \text{kN} \quad \text{(compresión)}} \\
&\Rightarrow \quad N_{AE} = \frac{-22.5}{0.8321} \\
&\Rightarrow \quad N_{AE} = \boxed{-27.04\ \text{kN} \quad \text{(compresión)}} \\
&\Rightarrow \quad N_{BC} = \boxed{25\ \text{kN} \quad \text{(tracción)}}
\end{aligned}$$

Corte 4: recta inclinada

Cuerpo libre retenido: el nudo D. El trazo atraviesa las barras N_{CD}, N_{GD}, y sobre el cuerpo actúan además $D_y = 22.5$, $N_{CD} = 15$, ya conocidas. Quedan por determinar N_{GD}.



Cuerpo libre del corte 4, con las reacciones y las cargas que le tocan. Cada N arranca en el punto por donde el corte atraviesa su barra y sale hacia fuera, tracción supuesta, sobre el medio trozo que se descarta, dibujado ya en gris claro; en rojo el trazo del corte y en gris lo que ya se conocía.

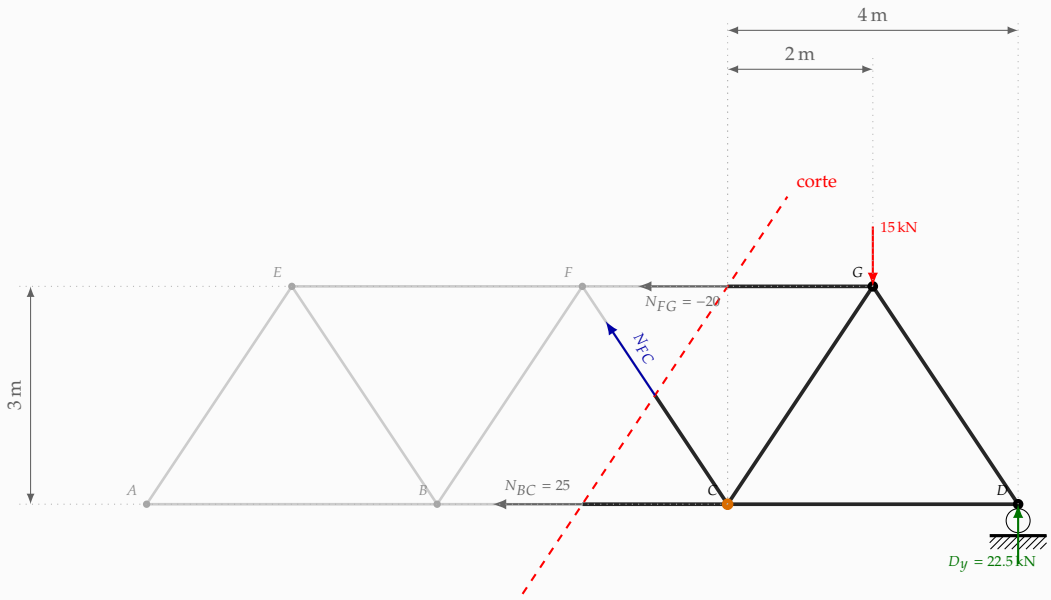
$$
\begin{aligned}
(\circlearrowleft +)\ \textstyle\sum M_D = 0 \quad &\Rightarrow \quad 0 = 0 \\
&\Rightarrow \quad 0 = 0 \quad \text{(se cumple: comprobación)} \quad \text{... (I)} \\
(\rightarrow +)\ \textstyle\sum F_x = 0 \quad &\Rightarrow \quad -N_{CD} - N_{GD}\,(0.5547) = 0 \\
&\Rightarrow \quad -(15) - N_{GD}\,(0.5547) = 0 \\
&\Rightarrow \quad -15 - 0.5547\,N_{GD} = 0 \quad \text{... (II)} \\
(\uparrow +)\ \textstyle\sum F_y = 0 \quad &\Rightarrow \quad D_y + N_{GD}\,(0.8321) = 0 \\
&\Rightarrow \quad (22.5) + (-27.04)\,(0.8321) = 0 \\
&\Rightarrow \quad 0 = 0 \quad \text{(se cumple: comprobación)} \quad \text{... (III)}
\end{aligned}
$$

De cada ecuación, por ese orden:

$$
\begin{aligned}
&\Rightarrow \quad N_{GD} = \frac{15}{-0.5547} \\
&\Rightarrow \quad N_{GD} = \boxed{-27.04 \text{ kN} \quad \text{(compresión)}}
\end{aligned}
$$

Corte 5: recta inclinada

Cuerpo libre retenido: los nudos C, D, G. El trazo atraviesa las barras N_{BC}, N_{FG}, N_{FC}, y sobre el cuerpo actúan además $D_y = 22.5$, $N_{BC} = 25$, $N_{FG} = -20$, ya conocidas. Quedan por determinar N_{FC}.



Cuerpo libre del corte 5, con las reacciones y las cargas que le tocan y los brazos acotados hasta C. Cada N arranca en el punto por donde el corte atraviesa su barra y sale hacia fuera, tracción supuesta, sobre el medio trozo que se descarta, dibujado ya en gris claro; en rojo el trazo del corte y en gris lo que ya se conocía.

Se empieza por los momentos en C porque por ahí pasa la recta de N_{FC}: su brazo es nulo y desaparece de la ecuación. Cada acción entra por su brazo hasta C (las cotas de la figura), y cada esfuerzo por el suyo.

$$
\begin{aligned}
(\circlearrowleft +)\ \textstyle\sum M_C = 0 \quad &\Rightarrow \quad D_y\,(4) - 15\,(2) + N_{FG}\,(3) = 0 \\
&\Rightarrow \quad (22.5)\,(4) - 15\,(2) + (-20)\,(3) = 0 \\
&\Rightarrow \quad 0 = 0 \quad \text{(se cumple: comprobación)} \quad \ldots \text{(I)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(\rightarrow +)\ \textstyle\sum F_x = 0 \quad &\Rightarrow \quad -N_{BC} - N_{FG} - N_{FC}\,(0.5547) = 0 \\
&\Rightarrow \quad -(25) - (-20) - N_{FC}\,(0.5547) = 0 \\
&\Rightarrow \quad -5 - 0.5547\,N_{FC} = 0 \quad \ldots \text{(II)}
\end{aligned}
$$

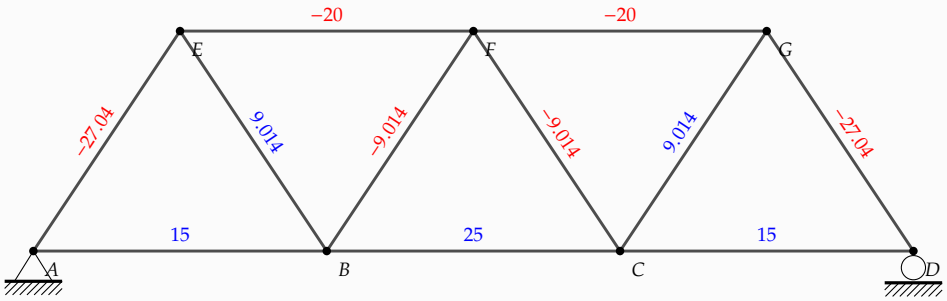
$$
\begin{aligned}
(\uparrow +)\ \textstyle\sum F_y = 0 \quad &\Rightarrow \quad D_y - 15 + N_{FC}\,(0.8321) = 0 \\
&\Rightarrow \quad (22.5) - 15 + (-9.014)\,(0.8321) = 0 \\
&\Rightarrow \quad 0 = 0 \quad \text{(se cumple: comprobación)} \quad \ldots \text{(III)}
\end{aligned}
$$

De cada ecuación, por ese orden:

$$
\begin{aligned}
&\Rightarrow \quad N_{FC} = \frac{5}{-0.5547} \\
&\Rightarrow \quad N_{FC} = \boxed{-9.014 \text{ kN} \quad \text{(compresión)}}
\end{aligned}
$$

Paso 3 Resumen y verificación

Barra	N Secciones	Origen	N Matricial	Δ
A–B	15	corte 1	15	0
B–C	25	corte 3	25	0
C–D	15	corte 2	15	0
E–F	−20	corte 1	−20	0
F–G	−20	corte 2	−20	0
A–E	−27.04	corte 3	−27.04	0
E–B	9.014	corte 1	9.014	0
B–F	−9.014	corte 3	−9.014	0
F–C	−9.014	corte 5	−9.014	0
C–G	9.014	corte 2	9.014	0
G–D	−27.04	corte 4	−27.04	0



Esfuerzos axiales sobre las barras (kN): en azul las de tracción (+) y en rojo las de compresión (−).

Diagramas de fuerzas internas

Esfuerzo normal N, constante a lo largo de cada barra

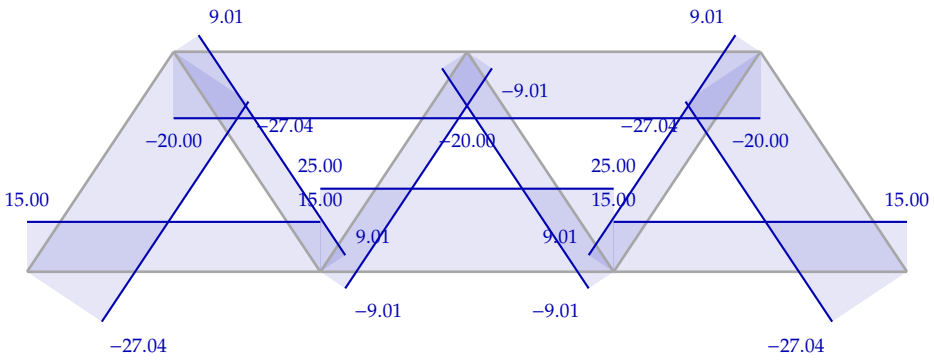


Diagrama de fuerza axial (N), en kN.

Generado con EMI: calculadora estructural online: emiestruc.com