Método de Área de Momentos

VIGA ISOSTÁTICA

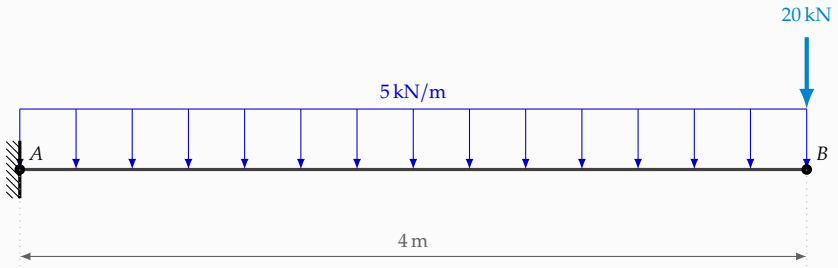
EMI · *solución paso a paso*

Unidades de trabajo: L [m] F [kN] M [kN m] q [kN/m] δ [mm] E [kN/m^2] A [m^2] I [m^4]

Entre dos puntos A y B de un tramo de elástica continua, los **teoremas de Mohr** relacionan los giros y las flechas con el diagrama M/EI:

$$\theta_{B/A} = \theta_B - \theta_A = \int_A^B \frac{M}{EI}\,dx, \qquad t_{B/A} = \int_A^B \frac{M}{EI}\,\bar{x}\,dx = \sum A_i\,\bar{x}_i$$

El primero dice que el ángulo entre las tangentes en A y en B es el área del diagrama M/EI entre los dos puntos; el segundo, que la desviación vertical $t_{B/A}$ de B respecto de la tangente en A es el momento de esa misma área respecto de B ($\bar{x}$, la distancia de cada área a B). Con θ antihorario y δ hacia arriba positivos, un área positiva (tracción abajo) hace girar la tangente en sentido antihorario de izquierda a derecha y deja la elástica por encima de sus tangentes ($t > 0$).



Estructura analizada.

Paso 1 Clasificación estática

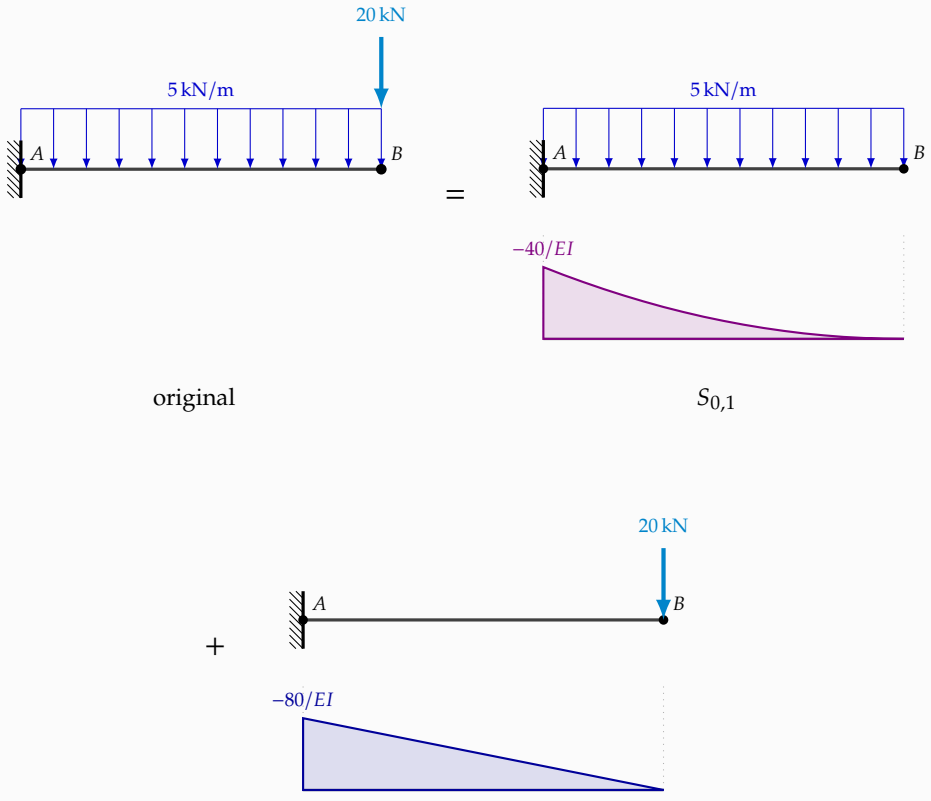
Componentes de reacción: A_y, M_A (2) frente a 2 ecuaciones de equilibrio:

$$\text{GE} = 2 - 2 = 0$$

$$g = \text{GE} = 0 = \boxed{0} \quad \Rightarrow \quad \text{isostática}$$

Las 2 componentes de reacción salen de la estática, así que no hay redundantes: de los teoremas de Mohr, aplicados al diagrama M/EI de la viga, salen directamente los giros y las flechas.

$$\frac{M}{EI} = \frac{M_{0,1}}{EI} + \frac{M_{0,2}}{EI}$$



Principio de superposición.
La estructura original equivale a la primaria con cada carga real por separado ($S_{0,j}$). Debajo de cada uno va su diagrama de momentos dividido entre EI.

Paso 2 Diagrama M/EI por partes

Cada diagrama se parte en figuras de área y centroide conocidos. El área lleva el signo del momento (positiva con tracción abajo) y $\bar{x}$, la posición de su centroide, se mide desde el extremo izquierdo:

Pieza	Sistema	Forma	$[x_1,\, x_2]$	Área	$\bar{x}$
A_1	$S_{0,1}$	Parábola de grado 2	$[0,\, 4]$	$-\frac{\frac{1}{3}(40)(4)}{EI} = -\frac{53.33}{EI}$	$\frac{1}{4}(4) = 1$
A_2	$S_{0,2}$	Triángulo	$[0,\, 4]$	$-\frac{\frac{1}{2}(80)(4)}{EI} = -\frac{160}{EI}$	$\frac{1}{3}(4) = 1.333$

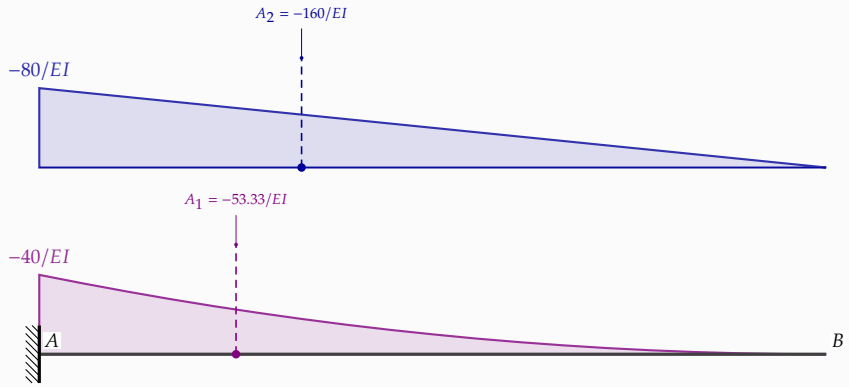
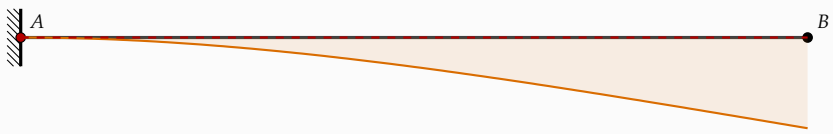


Diagrama M/EI con el área de cada pieza marcada en su centroide.

Paso 3 Elástica y tangente de referencia

Se toma como referencia la **tangente en** A: el apoyo impide la flecha y el giro, así que la elástica sale de él horizontal ($\theta_A = 0$, $\delta_A = 0$). El giro de cualquier punto es entonces su giro respecto de A, y su flecha, su desviación respecto de esa tangente.



Elástica (escala vertical exagerada) y tangente de referencia en A; en cada punto que se usa, su desviación t respecto de ella.

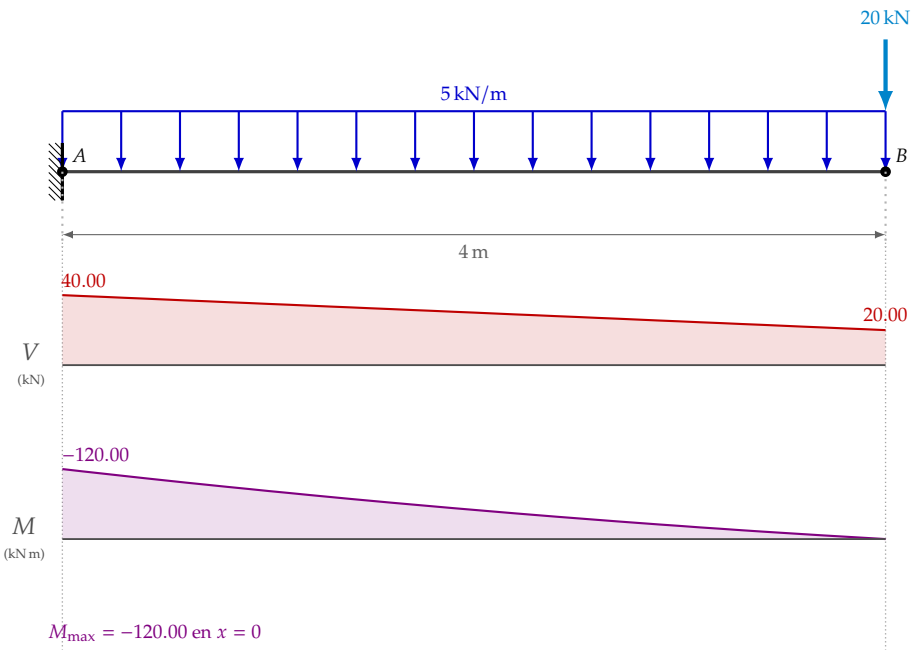
Con los dos teoremas, para un punto cualquiera x de la viga:

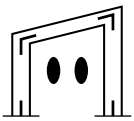
$$\theta(x) = \theta_{x/A}, \qquad \delta(x) = t_{x/A}$$

donde $t_{x/A}$ es el momento respecto de x del área M/EI comprendida entre A y x (cada área por la distancia de su centroide a x); $\theta_{x/A}$, esa misma área.

Diagramas de fuerzas internas

Esfuerzo axial N, fuerza cortante V y momento flector M





Generado con EMI: calculadora estructural online: emiestruc.com